Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2025

SEGUNDO PARCIAL - 07/03/2025

Apellido y Nombre:…………………………………… ……………………….
Número de documento: ……………………………….CURSO:…………..

TEMA 3

1	2		3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificada

EJERCICIO 1: Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to Im(f) \subseteq \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$ calcular la inversa de f y dar su dominio y conjunto imagen.

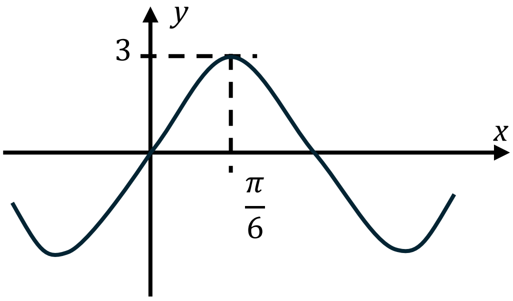
EJERCICIO 2: Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to Im(f) \subseteq \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 3 - ln(7-4x)$. Se pide:

(a) Determinar todas las soluciones de la ecuación $-3sen(x) = \cos^2(x) + \frac{3}{4}$ en $[0,2\pi]$.

(b) Resolver la siguiente ecuación $\sqrt{x - \frac{1}{4}} + 1 = 2 - x$.

EJERCICIO 3: Sean los puntos $A(a,1)$, $B(3,2)$ y $C(2-4a,2)$. Determinar todos los valores reales de a para los cuales $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ y $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$ sean ortogonales.

EJERCICIO 4: Sean las funciones Sea $g: D_g \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = \sqrt{x+3}$ y $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función senoidal tal que su gráfica es:



Determinar la función $g \circ f$ indicando su dominio.

EJERCICIO 5: El triángulo ΔABC tiene área igual a 9,96cm^2. Sabiendo que el lado AB mide $5cm$ y que el ángulo $\measuredangle BAC$ mide 40°, calcular el perímetro del triángulo.

(resuelto por Sylvina)

UTN	2º Parcial tema 3 Seminario Universitario	HOJA Nº 1/2 FECHA 7-3-25

EJ 1 Sea $f: Df \subseteq \mathbb{R} \to Im\, f \subseteq \mathbb{R}$, tal que

$$f(x) = \frac{x-1}{x+3}$$

Calcular la inversa de f y dar su dominio y conj. imagen

$$y = \frac{x-1}{x+3}$$

$$dom(f) = \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$(x+3)\,y = x-1$$

$$xy + 3y = x-1$$

$$xy - x = -3y - 1$$

$$x(y-1) = -3y-1$$

$$x = \frac{-3y-1}{y-1} \longrightarrow \boxed{f^{-1}(y) = \frac{-3y-1}{y-1}}$$

$$\boxed{Dom(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{1\}} \qquad \boxed{Im(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{-3\}}$$

EJ 2 a) Determinar todas las soluciones de la ecuación:

$$-3\,sen(x) = cos^2(x) + \frac{3}{4} \qquad \text{en } [0, 2\pi]$$

$cos^2(x) = 1 - sen^2(x)$

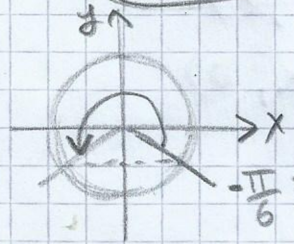
$$-3\,sen(x) = (1 - sen^2(x)) + \frac{3}{4}$$

$$sen^2(x) - 3\,sen(x) - \frac{7}{4} = 0$$

$sen(x) = z$

$$z^2 - 3z - \frac{7}{4} = 0$$

$$\cancel{z = \frac{7}{2} > 1} \qquad z = -1/2$$



$$-\frac{\pi}{6} \equiv \frac{11}{6}\pi$$

calculadora

$$sen(x) = -\frac{1}{2} \rightarrow x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\boxed{x = \frac{7}{6}\pi} \qquad \boxed{x = \frac{11}{6}\pi}$$

$$\boxed{S = \left\{ \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \right\}}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

2) b) Resolver la sig. ecuación:

$$\sqrt{x-1/4}+1=2-x$$

$\boxed{x \geq 1/4}$

$$\sqrt{x-1/4} = 2-1-x = \underbrace{1-x}_{\geq 0} \rightarrow \boxed{x \leq 1}$$

$$x-\frac{1}{4} = (1-x)^2 = 1-2x+x^2$$

$$-x^2+2x+x-\frac{1}{4}-1=0$$

$$-x^2+3x-\frac{5}{4}=0 \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \cancel{x_1 = 5/2} > 1 \\ x_2 = 1/2 \end{array}} \geq 1/4$$

$$\boxed{S = \{x = 1/2\}}$$

$\boxed{\text{EJ 3}}$: Sean los puntos $A(a,1)$, $B(3,2)$ y $C(2-4a,2)$. Determinar todos los valores reales de 'a' para los cuales $(\vec{AB}+\vec{AC})$ y $(\vec{AB}-\vec{AC})$ sean ortogonales.

Hallo 'a' para que $(\bar{AB}+\bar{AC})(\bar{AB}-\bar{AC})=0$

$$\bar{AB} = \bar{B}-\bar{A} = (3,2)-(a,1) = \boxed{(3-a,1) = \bar{AB}}$$

$$\bar{AC} = \bar{C}-\bar{A} = (2-4a,2)-(a,1) = \boxed{(2-5a,1) = \bar{AC}}$$

$$\bar{AB}+\bar{AC} = (3-a,1)+(2-5a,1) = (5-6a,2)$$

$$\bar{AB}-\bar{AC} = (3-a,1)-(2-5a,1) = (1+4a,0)$$

$$\Rightarrow \quad (\bar{AB}+\bar{AC}).(\bar{AB}-\bar{AC})=0$$

$$(5-6a,2)\,(1+4a,0) = 5+20a-6a-24a^2+0=0$$

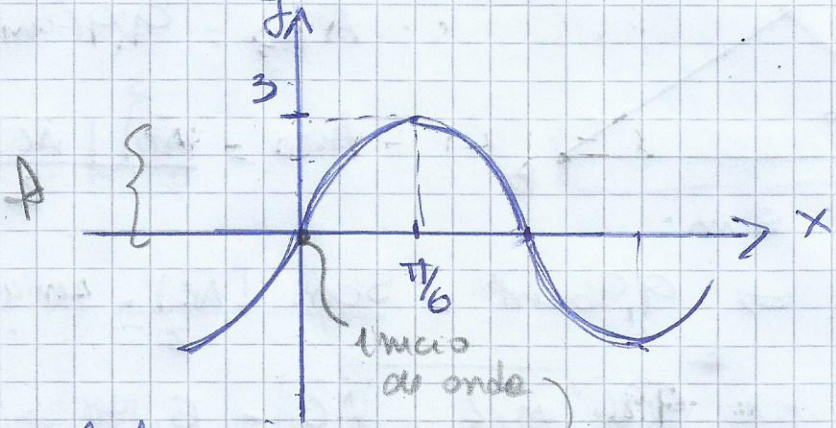
$$-24a^2+14a+5=0 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} a_1 = 5/6 \\ a_2 = -1/4 \end{array}}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

UTN	2° parcial — tema 3 Seminario universitario	HOJA N° 2/2 FECHA 7-3-25

EJ 4 Sean las funciones $g: D_g \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, g(x) = \sqrt{x+3}$ y $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función senoidal tal que su gráfico es:



Determinar la función $g \circ f$ indicando su dominio

$f(x) = A\,sen(Bx + C)$ $\quad C = 0 \quad A = 3$

$0 \longrightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{T}{4} \to T = \frac{4}{6}\pi = \frac{2}{3}\pi \to T = \frac{2}{3}\pi$

$T = \frac{2\pi}{|B|}$

$\frac{2}{3}\pi = \frac{2\pi}{|B|}$

$\to |B| = 3$

$$\boxed{f(x) = 3\,sen(3x)}$$

$g \circ f\,(x) = g(f(x)) = g(3\,sen(3x)) = \sqrt{3\,sen(3x) + 3}$

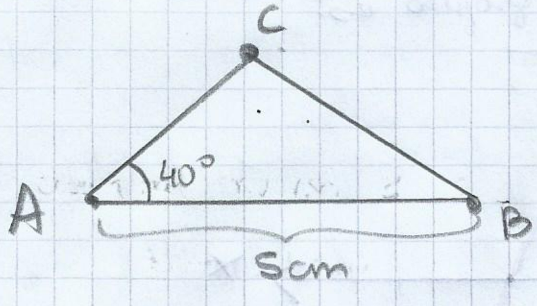
$$\boxed{g \circ f\,(x) = \sqrt{3\,sen(3x) + 3}}$$

$$\boxed{D_{g \circ f} = \mathbb{R}}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

Ej 5) El triángulo ΔABC tiene área igual a $9{,}96\,cm^2$
Sabiendo que el lado $\overline{AB}$ mide 5cm y que el ángulo $\angle BAC$ mide 40°, calcular el perímetro del triángulo



$$A_{rec} = 9{,}96\,cm^2$$

$$A_{rec} = \frac{\overset{5}{|\overline{AB}|}\;|\overline{AC}|\,\text{sen}(40°)}{2}$$

$$\Rightarrow 9{,}96\,cm^2 = \frac{5cm\cdot|\overline{AC}|\cdot\text{sen}(40)}{2}$$

$$\frac{9{,}96\,cm\cdot 2}{5\,\text{sen}(40)} = |\overline{AC}| = 6{,}198 \rightarrow \boxed{|\overline{AC}| = 6{,}2cm}$$

$$|\overline{BC}|^2 = |\overline{AC}|^2 + |\overline{AB}|^2 - 2\,|\overline{AC}|\,|AB|\cos(40)°$$

$$|\overline{BC}|^2 = (6{,}198\,cm)^2 + (5cm)^2 - 2\times 6{,}198\,cm\;5cm\cdot\cos 40$$

$$|\overline{BC}|^2 = 15{,}935769\,cm^2$$

$$|\overline{BC}| = 3{,}9919\,cm$$

$$\text{Perímetro} = |\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{CA}| =$$

$$= 5cm + 3{,}9920\,cm + 6{,}198cm = 15{,}19\,cm$$

$$\boxed{\text{Perim} = 15{,}19\,cm}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)